12 1991

1 1 5

ТУ-19-241-82

5

3.


студия
ДИАФИЛЬМ

07—3—707



Е. Б. Арутюнян
Г. Г. Левитас

Рассказы о математике

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

Фалес Милетский

$$a^2+b^2=c^2$$

Пифагор Самосский

$$ax+by+c=0$$

Рене Декарт

Феликс Клейн

Для VIII класса
Геометрия


Вы знаете, что
геометрия возникла очень давно.
Сначала она была набором вычислительных
правил, выведенных из практики и
на практике же применявшихся.
2


Только в Древней Греции геометрия приобретает черты науки: геометрические знания стали получать с помощью логических рассуждений и использовать не только в практике, но и для развития теории.
Самос
Крит

Более 2500 лет назад малоазиатский город Милет славился своими учеными-философами. Среди них первым считался Фалес. В те времена научные знания еще не разделялись на отдельные ветви (на науки о природе, о человеке и другие). Философы (в переводе — «любящие мудрость») Милета интересовались происхождением вещей. Фалес считал, что всё в мире возникло из воды, то есть имеет единую материальную основу.

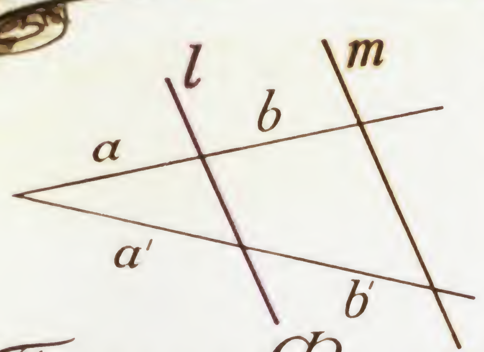




РГДБ
2015
Персей
Цефей
Кассиопея
Капелла
Лира
Вега
Полярная
Возничий
Малая
Медведица
Дракон
Мицар
Большая
Медведица
Фалес занимался
и астрономией. Это он установил,
что продолжительность года—365 дней,
определил даты солнцестояния
и равноденствия,
советовал морякам ориентироваться по
созвездию Малой Медведицы,
а не Большой, как это делали обычно.
5

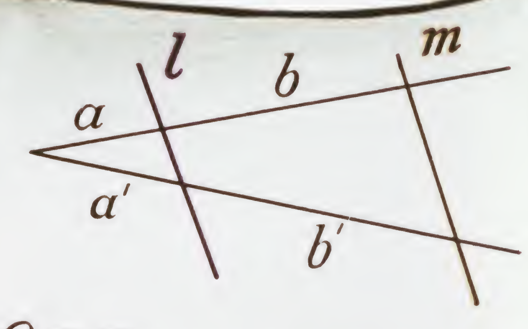

Особенно прославился этот философ, когда в 585 году до н. э. произошло предсказанное им затмение Солнца.
6

Он был одним из первых, кто ввел в геометрию доказательства. В вашем учебнике геометрии есть теорема Фалеса.



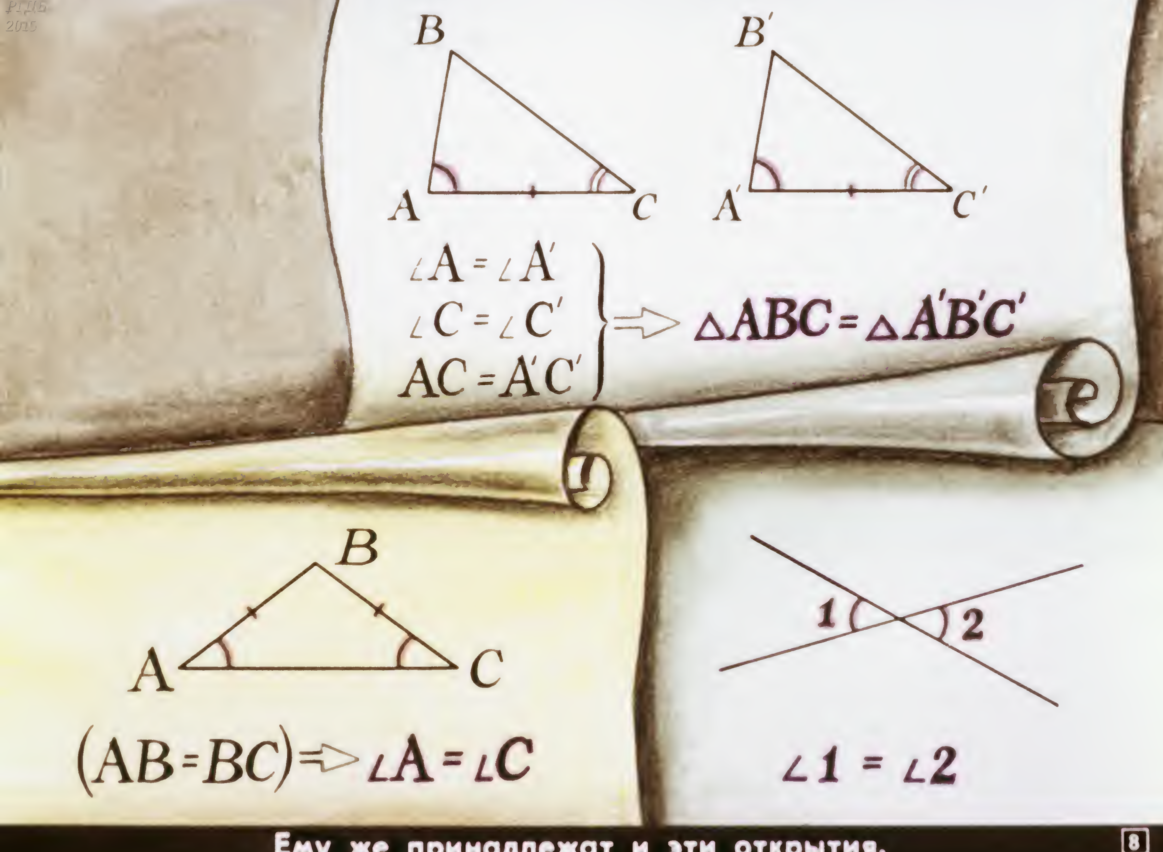
Теорема Фалеса

$$\left.\begin{array}{l} l \parallel m \\ a = b \end{array}\right\} \Rightarrow (a' = b')$$



Обобщенная теорема Фалеса

$$(l \parallel m) \Rightarrow \left(\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}\right)$$



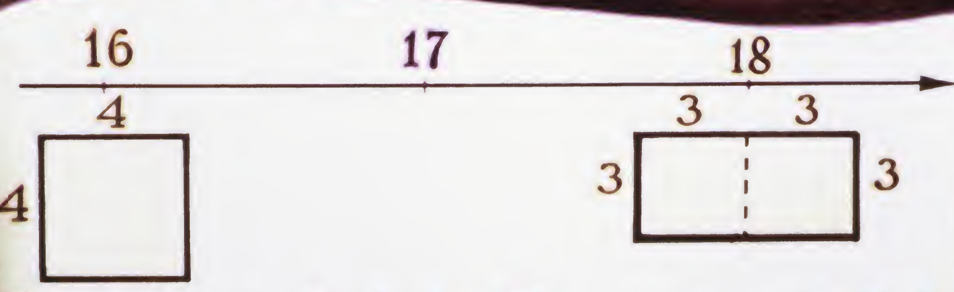
Ему же принадлежат и эти открытия.


РГДБ
2015
о. Самос
Пифагор
Самосский
(580-500 гг. до н.э.)
Остров Самос в Эгейском море—родина философа Пифагора, младшего современника Фалеса Милетского. Пифагор считал, что в основе миропорядка лежит не что-то материальное, а абстрактное понятие—число.
9



$\frac{6}{5}a$
a
a
„до" 2 октавы
„соль" 1 октавы
„до" 1 октавы
Он находил числовые закономерности в самых неожиданных областях знаний, например, дал математическое объяснение строению музыкальной гаммы.

Пифагор и его ученики обнаружили много интересных свойств чисел и относились к ним очень эмоционально. «Пифагорейцы,—пишет Плутарх,— питают отвращение к числу 17. Ибо 17 лежит как раз посередине между числом 16, представляющим полный квадрат, и числом 18, являющимся удвоенным квадратом; оба эти числа являются числами, для которых периметр (прямоугольника) равен его площади».



$6 = 1 + 2 + 3$

$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$

$496 = 1 + 2 + \ldots + 248$

$8128 = 1 + 2 + \ldots + 4064$

Очень ценили пифагорейцы числа, равные сумме своих делителей (не включая в эту сумму само число). Они называли эти числа *совершенными*, и это название сохранилось за ними до сих пор. Совершенных чисел бесконечно много. Вот первые четыре.



А если каждое из двух чисел равно сумме делителей другого числа, то такие два числа со времен Пифагора называются *дружественными*. Когда Пифагора однажды спросили, что такое друг, он сказал: «Друг — это второе я» — и упомянул о дружественных числах 220 и 284.

$$220 = 1 \cdot 220 = 2 \cdot 110 = 4 \cdot 55 = 5 \cdot 44 = 10 \cdot 22 = 11 \cdot 20;$$

$$284 = 1 \cdot 284 = 2 \cdot 142 = 4 \cdot 71.$$

$$220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142;$$

$$284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110.$$


РГДБ
2015
3
6
4
6
9
15
10
Пифагор и его ученики связывали числа с геометрическими фигурами. Числа 3, 6, 10... называли треугольными, числа 4, 9...—квадратными, числа 6, 10, 14, 15...—прямоугольными и т. д.
Как вы думаете, какое наименьшее число называли они шестиугольным?
14


Имя Пифагора обычно связывают с замечательной теоремой о прямоугольном треугольнике: квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.
a^2
c^2
a c
b
b^2
15



Эта теорема Пифагора привела к открытию *иррациональных* чисел, то есть таких, которые нельзя представить в виде отношения двух целых чисел. Пифагорейцы установили, что длина диагонали квадрата, сторона которого равна 1,— именно такое число.

Важная заслуга Пифагора в том, что он требовал доказывать каждое геометрическое утверждение. Его предшественники тоже доказывали отдельные теоремы, но это не считалось обязательным. По Пифагору, каждая теорема в геометрии должна была иметь такой вид.




Рене Декарт
(1596 - 1650 гг.)
Еще одно имя на страницах вашего учебника—Декарт. Рене Декарт—один из великих философов Франции. Его изречение «Я мыслю—следовательно, я существую» остается крылатым и в наши дни. Декарт полагал, что в основе мира лежат два равноправных начала — материальное и духовное.
18

Декарт считал, что любое научное положение требует строгого доказательства и потому математика — идеал и образец для всех других наук. Он совершил подлинный переворот в математике, соединив алгебру с геометрией, введя понятие переменной величины и функции.



Aprés cela prenant vn point a discretion dans la courbe, comme C, sur lequel ie suppose que l'instrument qui sert a la descrire est appliqué, ie tire de ce point C la ligne CB parallele a GA, & pourceque CB & BA sont deux quantités indeterminées & inconnues, ie les nomme l'vne y & l'autre x. mais affin de trouuer le rapport de l'vne a l'autre, ie considere aussy les quantités connues qui determinent la description de cete ligne courbe, comme GA que ie nomme a, KL que ie nomme b, & NL parallele a GA que ie nomme c. puis ie dis, comme NL est a LK, ou c a b, ainsi CB, ou y, est a BK, qui est par consequent $\frac{b}{c}y$, & BL est $\frac{b}{c}y - b$, & AL est $x + \frac{b}{c}y - b$. de plus comme CB est a LB, ou y a $\frac{b}{c}y - b$, ainsi a, ou GA, est a LA, ou $x + \frac{b}{c}y - b$. de façon que mul-

S f tipliant

До Декарта математики представляли выражение ab в виде прямоугольника, abc — в виде прямоугольного параллелепипеда, что приводило к трудности представления выражений более высоких степеней.

ab

b

a

abc

b

c

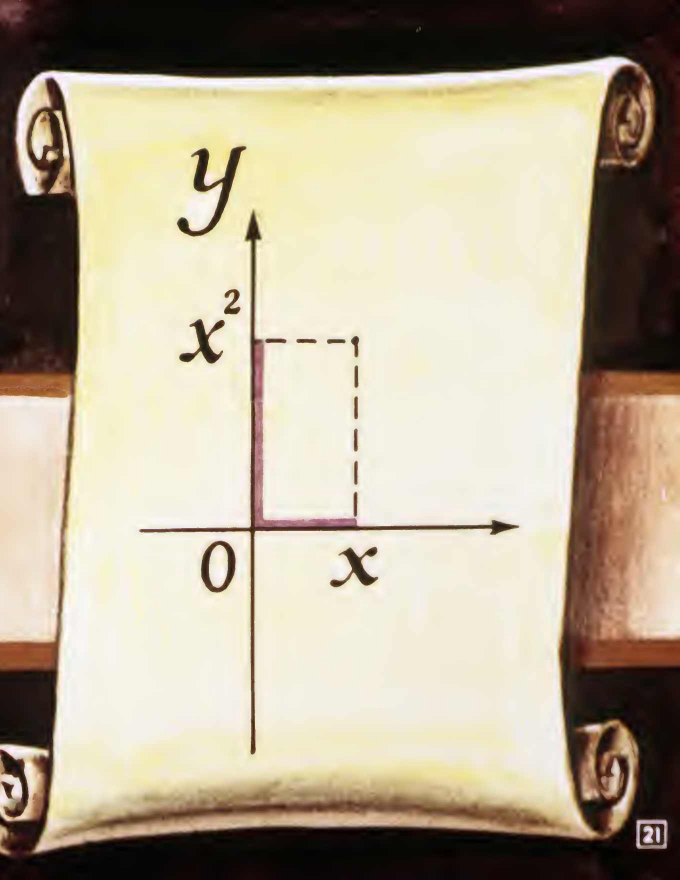
a

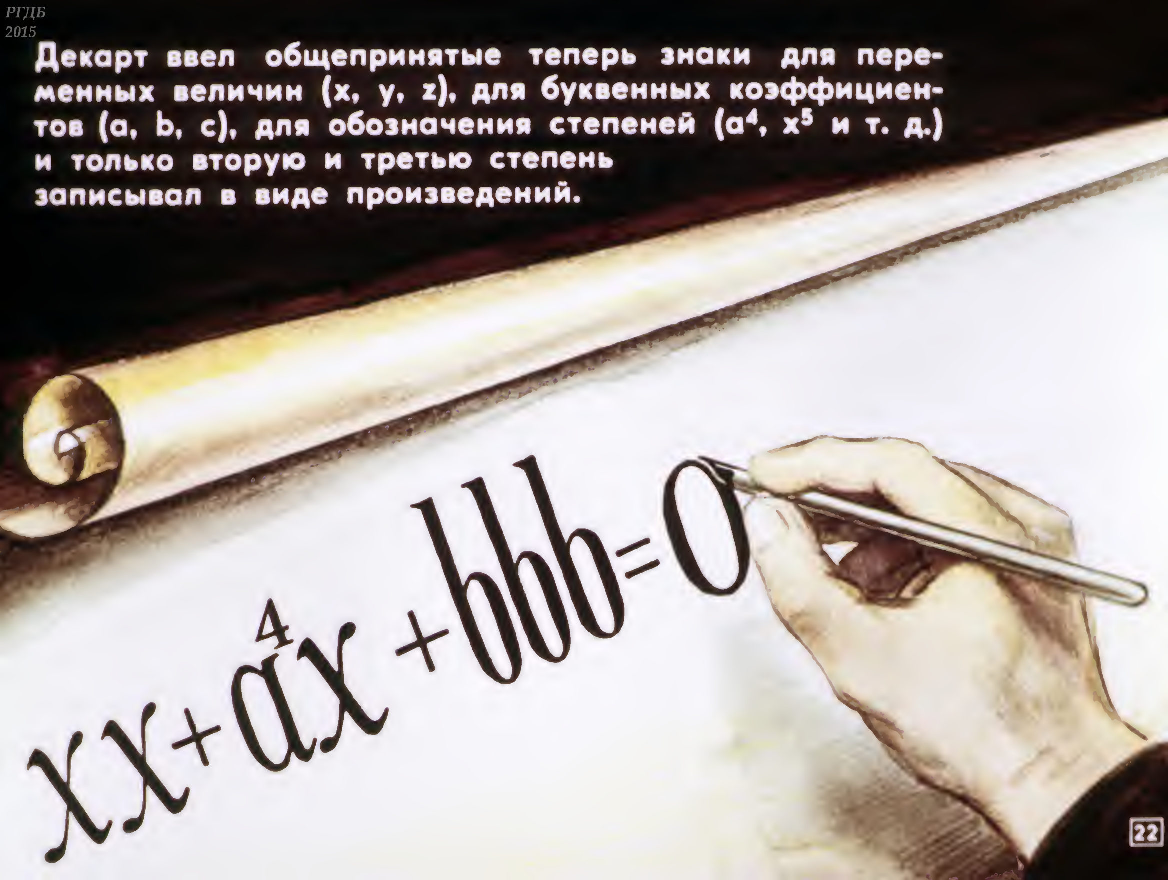
abcd

?

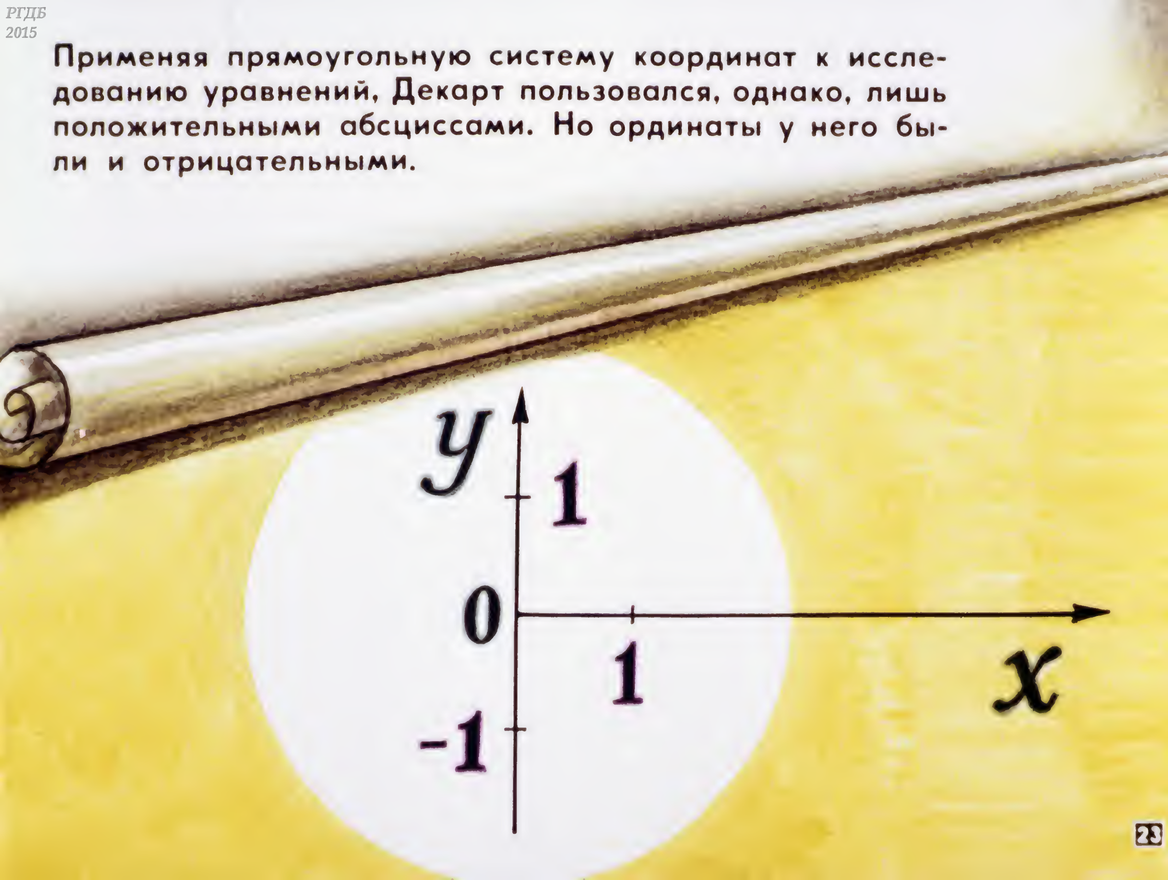
Декарт стал изображать значения любых величин в виде отрезков. Это дало возможность воспользоваться прямоугольной системой координат, которую и сейчас мы называем декартовой.

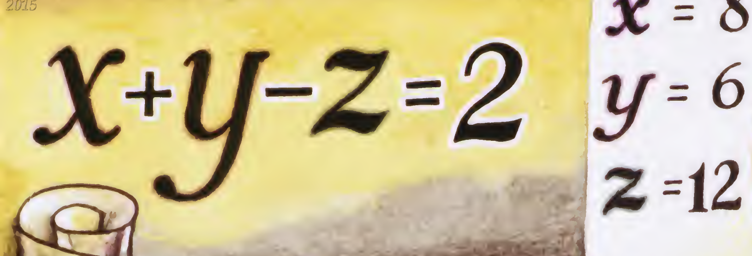
$$y = x^2$$



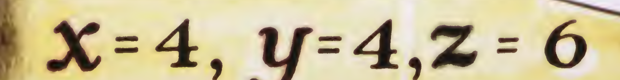


РГДБ
2015
Декарт ввел общепринятые теперь знаки для переменных величин (x, y, z), для буквенных коэффициентов (a, b, c), для обозначения степеней (a^4, x^5 и т. д.) и только вторую и третью степень записывал в виде произведений.
$xx+\overset{4}{a}x+bbb=0$
22


Применяя прямоугольную систему координат к исследованию уравнений, Декарт пользовался, однако, лишь положительными абсциссами. Но ординаты у него были и отрицательными.
y
1
0
1
x
-1
23



Из писем Декарта видно, что он знал о соотношении между числом вершин, граней и ребер выпуклого многогранника. Сейчас это соотношение носит имя Леонарда Эйлера, который доказал его во второй половине XVIII века.







Многие понятия вашего курса геометрии связаны с именем немецкого ученого Феликса Клейна.
Феликс Клейн
(1849 - 1925 гг.)
25


Очень важные его работы посвящены геометрическим преобразованиям. Издавна известные осевую симметрию, центральную симметрию, поворот и параллельный перенос Клейн объединил одним словом — «движение».
l
O
O
$\bar{a}$



Любое движение можно свести к осевой симметрии. Параллельный перенос — это все равно что две осевые симметрии с параллельными осями, выполненные последовательно.


Поворот сводится к двум симметриям
с пересекающимися
осями.
l_1
l_2
F
F_1
F_2
O
28

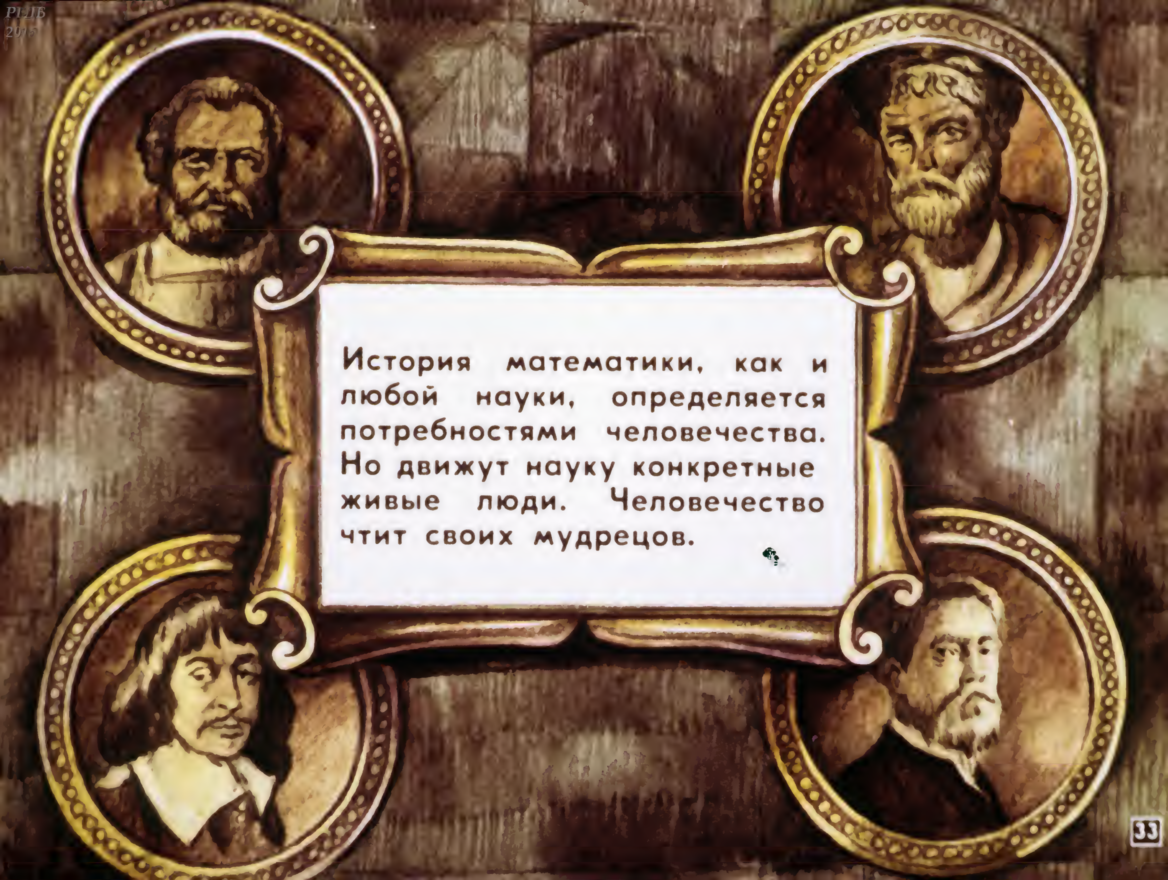

Центральная симметрия — частный случай поворота (или две осевые симметрии с перпендикулярными осями).
180°
l_1
l_2
29


Изучал Ф. Клейн и другие преобразования: гомотетию, подобие и более сложные — аффинные и проективные преобразования.
F
F1
0
F2 = F1
30

Клейну принадлежит идея о том, что всякая группа преобразований определяет свою геометрию. Например, в школе вы изучаете *геометрию движений*—те свойства фигур, которые сохраняются при движении: величина отрезков, углов, параллельность, перпендикулярность и т. д.




Изучается в школе и *геометрия подобия* — те свойства фигур, которые сохраняются при преобразовании подобия: отношение отрезков, величина углов, параллельность, перпендикулярность и т. д.
F
F′


История математики, как и любой науки, определяется потребностями человечества. Но движут науку конкретные живые люди. Человечество чтит своих мудрецов.
33



Диафильм создан по программе средней общеобразовательной школы

Авторы Е. АРУТЮНЯН
и Г. ЛЕВИТАС
Художник
С. ВОЛКОВ
Художественный
редактор
В. КУЗЬМИН

Редактор
В. ЧЕРНИНА
Д-093-91

101000, Москва,
Старосадский пер., 7